Sucessão: Uma sucessão é uma função real de domínio $\mathbb{N}$. $U_n: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$

$$n \rightarrow U_n$$

Ordem (n): objetos **Termos (Un):** imagens da sucessão

Exemplo: Em $u_4=3$ temos que a ordem é 4 e o termo é 3, ou que o quarto termo tem valor 3, ou que o termo 3 tem ordem 4.

Monotonia

	Sentido Estrito	Sentido Lato
Crescente	$\forall n \in \mathbb{N} U_{n+1} > U_n$	$\forall n \in \mathbb{N} U_{n+1} \geq U_n$
Decrescente	$\forall n \in \mathbb{N} U_{n+1} < U_n$	$\forall n \in \mathbb{N} U_{n+1} \leq U_n$

Uma sucessão **crescente** ou uma sucessão **decrescente** diz-se **monótona**.

(U_n) é minorada $\Leftrightarrow \exists m \in \mathbb{R} \forall n \in \mathbb{N}: U_n \geq m$ Ao valor m chama-se minorante	U_n é minorada se e só se o conjunto dos seus termos for minorado
(U_n) é majorada $\Leftrightarrow \exists M \in \mathbb{R} \forall n \in \mathbb{N}: U_n \leq M$ Ao valor M chama-se majorante	U_n é majorada se e só se o conjunto dos seus termos for majorado
(U_n) é limitada $\Leftrightarrow \exists m, M \in \mathbb{R} \forall n \in \mathbb{N}: m \leq U_n \leq M$	U_n é limitada se e só se o conjunto dos seus termos for majorado e minorado

Infinitamente Grandes ($a_n = n; b_n = n^2; c_n = \sqrt{n}; d_n = 2^n$)

Inf. Gr. Positivo: Uma sucessão é um infinitamente grande positivo se, e só se, qualquer que seja o número A, é possível determinar uma ordem a partir da qual todos os termos da sucessão são maiores do que A.

$$(U_n) \rightarrow +\infty \Leftrightarrow \lim U_n = +\infty \Leftrightarrow \forall A \in \mathbb{R} \exists p \in \mathbb{N}: n > p \Rightarrow U_n > A$$

Inf. Gr. Negativo: Uma sucessão u_n é um infinitamente grande negativo se, e só se, a sucessão $-u_n$ é um infinitamente grande positivo.

$$(U_n) \rightarrow -\infty \Leftrightarrow \lim U_n = -\infty \Leftrightarrow \lim(-U_n) = +\infty$$

Inf. Gr. Em Módulo: Uma sucessão (u_n) é um infinitamente grande em módulo se, e só se, a sucessão $|u_n|$ é um infinitamente grande positivo.

$$(U_n) \rightarrow \infty \Leftrightarrow \lim U_n = \infty \Leftrightarrow \lim|U_n| = +\infty$$

Infinitésimos ($a_n = \frac{1}{n}; b_n = \frac{1}{n^2}; c_n = \frac{1}{\sqrt{n}}; d_n = \frac{1}{2^n}$)

(U_n) é um **infinitésimos** sse para todo o número real positivo δ é possível encontrar uma ordem depois da qual todos os termos de (U_n) são em módulo menores que δ

$$(U_n) \rightarrow 0 \Leftrightarrow \lim U_n = 0 \Leftrightarrow \forall \delta > 0 \exists p \in \mathbb{N}: n > p \Rightarrow |U_n| < \delta$$

Sucessões Convergentes / Divergentes

Uma sucessão é **convergente** para a, $a \in \mathbb{R}$ sse $(U_n - a)$ é um *infinitésimos*

$$(U_n) \rightarrow a \Leftrightarrow \lim U_n = a \Leftrightarrow \lim(U_n - a) = 0 \forall \delta > 0 \exists p \in \mathbb{N}: n > p \Rightarrow |U_n - a| < \delta$$

• Uma sucessão é **convergente** quando tende para um número real, caso contrário diz-se **divergente**

• Se uma sucessão é um infinitamente grande então não é limitada

A Sucessão $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \rightarrow e$ O Número de Neper

PROGRESSÕES

ARITMÉTICAS (P.A.)

GEOMÉTRICAS (P.G.)

Chama-se P. A. a qualquer sucessão em que é constante a diferença entre qualquer termo e o seu precedente.	Chama-se P. G. a qualquer sucessão em que é constante o quociente entre qualquer termo e o seu precedente.
---	---

Razão

Razão de uma P. A. é a diferença constante entre qualquer termo e o seu precedente.	Razão de uma P. G. é o quociente constante entre qualquer termo e o seu precedente.
$r = u_{n+1} - u_n$	$r = \frac{u_{n+1}}{u_n}$

Termo Geral ou de Ordem n

$u_n = u_1 + (n - 1)r$	$u_n = u_1 \times r^{n-1}$
$u_n = u_k + (n - k)r$	$u_n = u_k \times r^{n-k}$

Numa Progressão Limitada

Numa P.A. limitada a soma dos extremos é igual à soma de dois quaisquer termos equidistantes dos extremos	Numa P.G. limitada o produto dos extremos é igual ao produto de dois quaisquer termos equidistantes dos extremos
$u_1, u_2, \dots, u_k, \dots, u_s, \dots, u_{n-1}, u_n$ $u_1 + u_n = u_k + u_s$	$u_1, u_2, \dots, u_k, \dots, u_s, \dots, u_{n-1}, u_n$ $u_1 \times u_n = u_k \times u_s$

Soma dos n primeiros Termos

$S_n = \frac{u_1 + u_n}{2} \times n$	$S_n = u_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$
--------------------------------------	--

Monotonia e Convergência

$r < 0$ Decrescente / Inf. Grande Negativo	$r < -1$ Não Monótona / Inf. Gr. em Módulo
	$-1 < r < 0$ Não Monótona / Infinitésimos
	$0 < r < 1$ $\begin{cases} u_1 < 0 \text{ Crescente / Infinitésimos} \\ u_1 > 0 \text{ Decrescente / Infinitésimos} \end{cases}$
$r > 0$ Crescente / Inf. Grande Positivo	$r > 1$ $\begin{cases} u_1 < 0 \text{ Decrescente / Inf. Gr. Negativo} \\ u_1 > 0 \text{ Crescente / Inf. Gr. Positivo} \end{cases}$