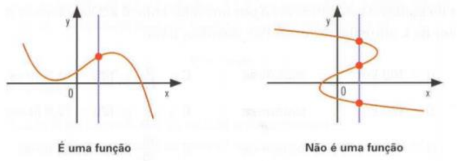
FUNÇÃO - Uma função é uma relação entre duas variáveis em que a cada valor da primeira, a variável independente, corresponde um único valor da segunda, a variável dependente.

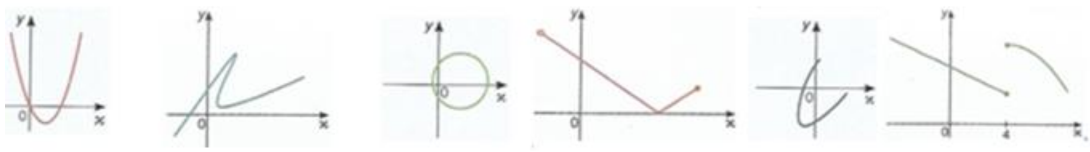
Define-se função como uma correspondência unívoca entre dois conjuntos em que a cada elemento do primeiro faz corresponder um e um só elemento do segundo

COMO VERIFICAR SE UM GRÁFICO TRADUZ UMA FUNÇÃO?

Graficamente, uma correspondência entre duas variáveis é uma função se <u>ao traçarmos qualquer reta vertical esta intersetar o gráfico, no máximo, num ponto</u>. Esta é uma forma de verificar se a correspondência entre as duas variáveis é unívoca.



Quais são Funções?



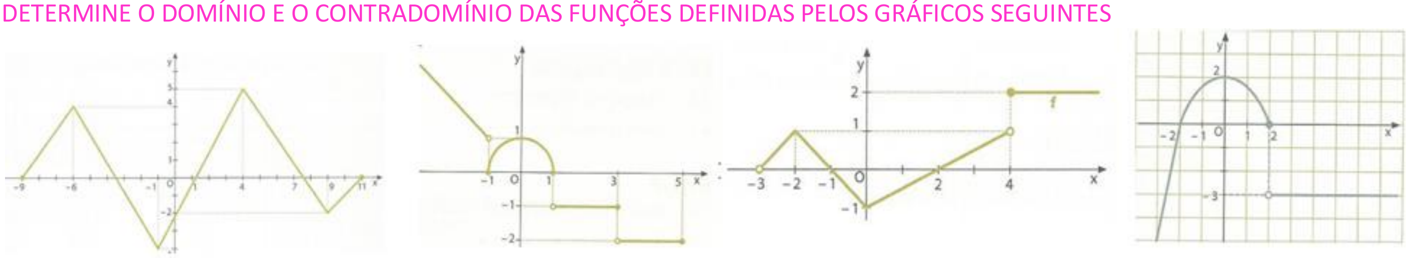
Objeto ou original (x)-Um valor do primeiro conjunto

Imagem f(x)- é o elemento do segundo conjunto que corresponde a um objeto

Domínio de uma função é o conjunto de valores tomados pela variável independente, ou seja, é o conjunto dos originais (objetos).-x representa-se por Df

Contradomínio de uma função é oconjunto de valores tomados pela variável dependente, ou seja, é o conjunto das imagens.(y) representa-se por CDf ou D'f

DETERMINE O DOMÍNIO E O CONTRADOMÍNIO DAS FUNÇÕES DEFINIDAS PELOS GRÁFICOS SEGUINTES



FORMAS DE DEFINIR UMA FUNÇÃO

Diagrama sagital

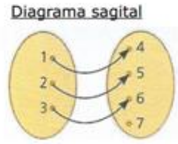


Gráfico cartesiano

Tabela

Peso (kg)	Preço (euros)
Até 1 kg	3
De 1 kg até 5 kg	9
De 5 kg até 10 kg	12
De 10 kg até 20 kg	15
De 20 kg até 30 kg	18
De 30 kg até 50 kg	21

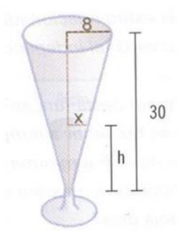
Expressão analítica

h função real de domínio [0,8] definida por:

$h(x) = 3{,}75\,x$

Exercício

A figura representa um copo em forma de cone que vai ser cheio com água



a)Mostre que a altura h, da água no cone, está relacionada com raio x da sua superfície através de h=3,75x.

b) Qual é a altura da água quando o raio da superfície é 5 cm?

c) Qual é o raio da superfície quando a água atinge 18 cm de altura?

d) Complete a tabela seguinte:

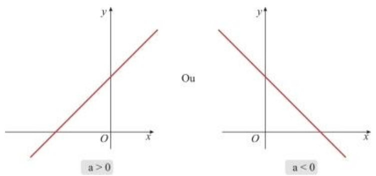
x	0	2	4	6	8
h					

e) Represente graficamente a função h:

FUNÇÃO AFIM

f(x) = ax + b, sendo **a** e **b** constantes reais com **a ≠ 0**, onde **x é a variável independente** e **y = f(x) é a variável que dependente de x**.

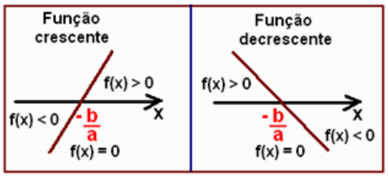
Gráfico da função Afim: O gráfico de uma função Afim f(x) = ax + b.



é a reta que passa pelo ponto (0, b) e corta o eixo **X** no ponto $\left(-\frac{b}{a}, 0\right)$. A função será crescente se **a > 0** e decrescente se **a < 0**

- **Zero da função**: é o valor de **x** para qual a função se anula: **f(x) = 0** → **x** = $-\frac{b}{a}$;

- Estudo do sinal:
f(x) < 0 → imagem negativa
f(x) = 0 → imagem nula
f(x) > 0 → imagem positiva



FUNÇÃO QUADRÁTICA

Dados os números reais a e b, com a ≠ 0, chama-se função quadrática a função $f: IR \to IR$, definida por:
y = ax² + bx + c ou **f(x) = ax² + bx + c**. (forma canónica)

$$y = a(x-h)^2 + k, a \neq 0$$

Zeros (ou raízes) de uma função quadrática: f(x) = 0. Em termos de representação gráfica, são as abscissas dos pontos onde a parábola corta o eixo **X**.

Para encontrar esses zeros, resolve-se a equação f(x) = 0. Isto é, **ax² + bx + c = 0** a fórmula resolvente:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}, \text{ onde } \Delta = b^2 - 4ac .$$

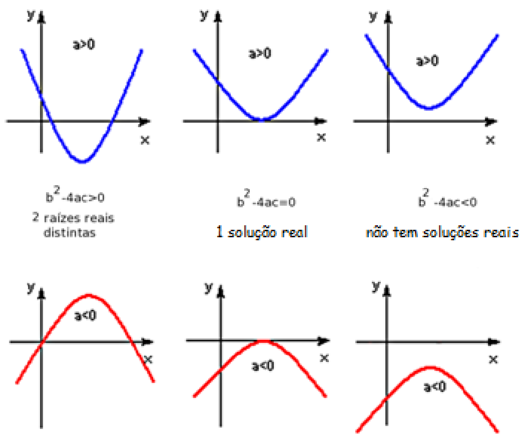
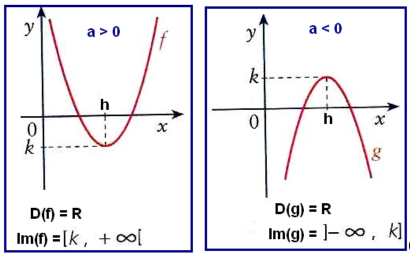
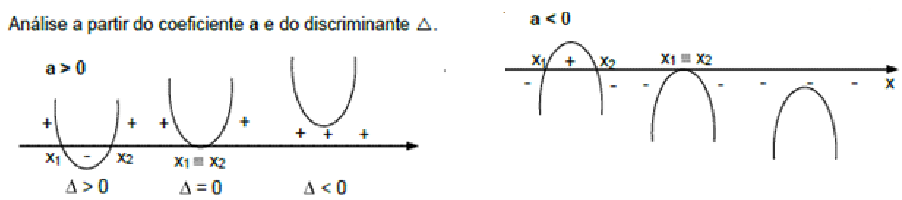


Gráfico da função quadrática: O gráfico de uma função quadrática é uma curva denominada **parábola**. Seu domínio é o conjunto dos números reais e sua imagem é um subconjunto dos números reais.



Ou seja, **D(f) = IR** e **Im(f) ⊂ IR**.

Estudo do Sinal da Função Quadrática:



Concavidade: para cima (a > 0) e para baixo (a < 0)

Vértice (V): Ponto Máximo (a < 0) Ponto Mínimo (a > 0).As coordenadas do vértice são dadas iguais pelas fórmulas:
$V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$ *se tiver 2 zeros é calcular o ponto médio para a coordenada do x e fazer a imagem desse x para achar o y*

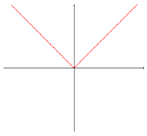
Eixo de Simetria : divide a parábola a partir do vértice em pontos equidistantes. X=h

Ponto (0,c): onde a parábola intercepta o eixo y (eixo das ordenadas)
Raízes ou zeros (X1 e X2): a parábola intercepta o eixo x (eixo das abscissas)

Função módulo

$y = a|x-h|+k$ *vértice(h,k)*

O gráfico dessa função tem o seguinte aspecto:



Definir por ramos

$$|f(x)| = \begin{cases} -f(x) & \text{se } f(x) < 0 \\ f(x) & \text{se } f(x) \geq 0 \end{cases}$$

Equações e Inequações

- $|x| = a \Leftrightarrow x = -a$ ou $x = a$
- $|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$
- $|x| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$
- $|x| > a \Leftrightarrow x < -a$ ou $x > a$
- $|x| \geq a \Leftrightarrow x \leq -a$ ou $x \geq a$

Exercício

É dada a função módulo f(x)= 2|3x-8|+2

a) Defina a função. Sem usar o sinal de módulo.

b) Diga qual o seu domínio e contradomínio.

c) Faça o esboço da função.

d) Calcule analiticamente o C.S. das condições:
d1) f(x) =5

d2) f(x) <10

d2) f(x) ≥12

e) Faça o esboço da função h(x), tal que h(x) = f(x +3) -5

POLINOMIOS-

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

pode ser decomposto em

$$P(x) = a_n(x - r_1)(x - r_2)(x - r_3)\ldots(x - r_n)$$

onde $r_1, r_2, r_3, \ldots, r_n$ são as raízes.

As funções afins e quadráticas são exemplos de polinômios cujos graus são 1 e 2, respectivamente. Funções de grau maior, expandindo-se o domínio ao campo dos números complexos, ampliam as possibilidades do uso dessa ferramenta na modelagem de situações cotidianas.

São polinómios expressões do tipo:

1. $A(x) = 4x^3 + 3x^2 + 2x + 3$ 2. $B(x) = 3x^5 + 2x^3 + 4$ 3. $C(x) = 3x^2y^2 + 5x^3z^4 - 5y^2z^3$	As variáveis têm apenas expoentes inteiros e não negativos.

Identificar o grau de um polinómio

O grau de um polinómio é igual ao seu expoente máximo.

Assim, nos exemplos acima, o polinómio da…

…expressão 1, tem grau 3, …expressão 2, tem grau 5, …expressão 3, tem grau 4.

Factorizar polinómios. a(x-x1)(x-x2)…..

Considera o polinómio $P(x) = 2x^3 - 4x^2 - 10x + 12$.

Ver que as suas raízes são : -2 , 1 e 3, então facilmente pode-se factorizar o polinómio.

Ou seja:

$P(x) = 2(x+2)(x-1)(x-3)$ Nota: O coeficiente "**2**" é o coeficiente do monómio $2x^3$ do polinómio dado.

Divisão inteira de polinómios e Regra de Ruffini

$$P(x) = Q(x) \cdot D(x) + R(x)$$

1. Calcule o quociente e o resto da divisão inteira de

$A(x) = x^3 + 6x^2 + 7x - 1$ por $B(x) = x + 3$.

Resolução: Implementando o algoritmo da divisão obtemos:

	x^3	+	$6x^2$	+	$7x$	−	1	x	+	3		
−	x^3	−	$3x^2$					x^2	+	$3x$	−	2
			$3x^2$	+	$7x$	−	1					
		−	$3x^2$	−	$9x$							
				−	$2x$	−	1					
					$2x$	+	6					
							5					

logo $Q(x) = x^2 + 3x - 2$ e $R(x) = 5$.

Alternativamente poderíamos utilizar a regra Ruffini. Recorde que este algoritmo permite determinar o quociente e o resto da divisão de A(x) por B(x) quando (e só quando) B(x) = x - a. Neste caso teríamos

	1	6	7	−1
−3	↓	−3	−9	6
×	1	3	−2	5

e portanto $Q(x) = x^2 + 3x - 2$ e $R(x) = 5$,como anteriormente.

TEOREMA DO RESTO

teorema do resto afirma que o resto r, que resulta da divisão de um polinômio $p(x)$ por $x - a$, é igual a $p(a)$.

O teorema do resto permite que se calcule $f(a)$ calculando o resto ou vice-versa

P(a)= Resto

Multiplicidade de uma raiz

- Quantidade de vezes que a raiz aparece quando se escreve a equação ou o polinômio na sua forma decomposta.
- É sempre menor que o grau do polinômio ou equação ou igual a ele.

Um polinômio P(x) é divisível por (x – a) se e somente se P(a) = 0. (ser divisível quer dizer que tem resto zero)