Resumo (Geometria/Vetores)

Vector como diferença de pontos

$\overrightarrow{AB} = B - A = (b_1 - a_1, b_2 - a_2, b_3 - a_3)$ $\qquad A = (a_1, a_2, a_3)$; $B = (b_1, b_2, b_3)$

Norma de um vector

$\left\|\vec{u}\right\| = \sqrt{u_1^{\,2} + u_2^{\,2} + u_3^{\,2}}$ $\qquad \vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$

$\left\|\overrightarrow{AB}\right\| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2 + (b_3 - a_3)^2}$ → **Medida de** $\overline{AB}$

Soma de um ponto com um vector - é um ponto

$$A + \vec{u} = B \Leftrightarrow \vec{u} = B - A = \overrightarrow{AB}$$

Operações com vectores

Adição de vectores – é um vector

$\vec{u} + \vec{v} = (u_1 + v_1, u_2 + v_2, u_3 + v_3)$ $\qquad \vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$; $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$

Produto de um número real com um vector - é um vector

$k\vec{u} = k(u_1, u_2, u_3) = (ku_1, ku_2, ku_3)$

Produto escalar de vectores - é um número

$\vec{u}.\vec{v} = (u_1, u_2, u_3)(v_1, v_2 v_3) = u_1 v_1 + u_2.v_2 + u_3.v_3$

$\vec{u}.\vec{v} = \left\|\vec{u}\right\|\left\|\vec{v}\right\|.\cos(\vec{u}\wedge\vec{v})$

$se \quad \vec{u} \neq 0 \quad e \quad \vec{v} \neq 0$ $\qquad \vec{u}.\vec{v} = 0 \Leftrightarrow (\vec{u}\wedge\vec{v}) = 90^0$

$\vec{u}.\vec{v} > 0 \Leftrightarrow 0 \leq (\vec{u}\wedge\vec{v}) < 90^0$

$\vec{u}.\vec{v} < 0 \Leftrightarrow 90^0 < (\vec{u}\wedge\vec{v}) \leq 180^0$

$\cos(\vec{u}\wedge\vec{v}) = \dfrac{\vec{u}.\vec{v}.}{\left\|\vec{u}\right\|\left\|\vec{v}\right\|}$ $\quad e \quad$ $\cos(\alpha) = \dfrac{\left|\vec{u}.\vec{v}\right|}{\left\|\vec{u}\right\|\left\|\vec{v}\right\|}$

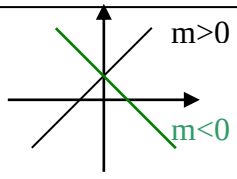
Vectores colineares

$$\exists k \in \Re : \vec{u} = k\vec{v}$$

Equação reduzida da recta

$y = mx + b$ — Ordenada na origem

Declive $tg\alpha = m$



Se $r \perp t \Rightarrow m' = -\dfrac{1}{m}$

$r // \perp t \Rightarrow m' = m$

Equação vectorial da recta

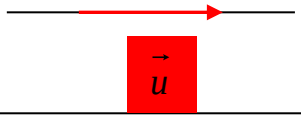
$$(x,y,z)=(x_1,y_2,z_3)+k(u_1,u_2,u_3),k\in\Re$$

Ponto por onde passa a recta

Vector director da recta

Equação cartesiana da recta (não faz parte do novo programa)

$$\frac{x-x_1}{u_1}=\frac{y-y_2}{u_2}=\frac{z-z_3}{u_3}$$



Rectas paralelas (mesmo declive)

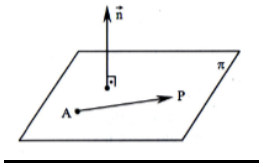
Os Vectores directores são colineares $\exists k\in\Re:\vec{u}=k\vec{v}$

Rectas perpendiculares (declive de uma é igual ao simétrico do inverso do outro)

Os Vectores directores são perpendiculares $\vec{u}.\vec{v}=0$

Equações cartesianas do plano

Equação geral



$$Ax+By+Cz+d=0$$

$\vec{n}=(A,B,C)$ **(vetor normal ao plano)**

Planos paralelos (vetores paralelos)

$$\alpha\,//\,\beta\Leftrightarrow\exists k\in\Re:\overrightarrow{n_\alpha}=k\overrightarrow{n_\beta}$$

Planos perpendiculares (vetores perpendiculares)

$$\alpha\perp\beta\Leftrightarrow\overrightarrow{n_\alpha}.\overrightarrow{n_\beta}=0$$

Plano paralelo à recta

$$\alpha\,//\,r\Leftrightarrow\overrightarrow{n_\alpha}\perp\vec{r}\Leftrightarrow\overrightarrow{n_\alpha}.\vec{r}=0$$

Plano perpendicular à recta

$$\alpha\perp r\Leftrightarrow\overrightarrow{n_\alpha}\,//\,\vec{r}\Leftrightarrow\exists k\in\Re:\overrightarrow{n_\alpha}=k\vec{r}$$

Intersecção de 2 planos →dá uma recta se os dois planos não são paralelos

$$\frac{x-x_0}{u_1}=\frac{y-y_0}{u_2}=\frac{z-z_0}{u_3}\quad P(x_0,y_0,z_0)\quad\vec{u}=(u_1,u_2,u_3)$$

$$\frac{x-x_0}{u_1}=\frac{y-y_0}{u_2}\wedge z=z_0\quad u_1,u_2\neq 0\wedge u_3=0$$

Intersecção de 3 planos

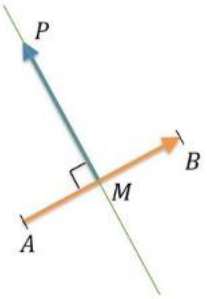
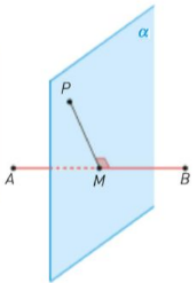
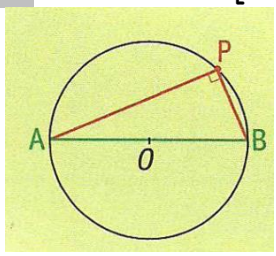
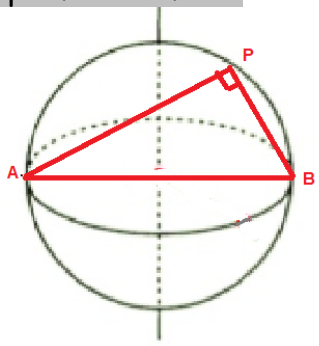
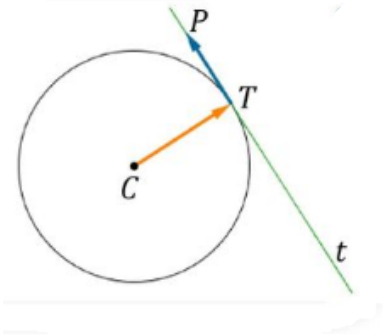
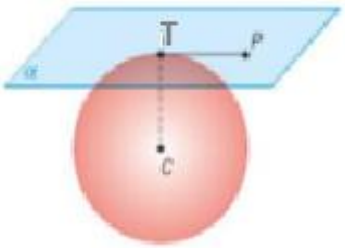
→dá um ponto se o sistema determinado

→dá uma recta se o sistema indeterminado

→dá ∅ se o sistema impossível

Intersecção de uma recta com um plano.

→dá um ponto desde que a recta e o plano não sejam paralelos, ou seja, $\overrightarrow{n_\alpha}.\vec{r}\neq 0$

No plano	No Espaço
A equação vetorial $\overrightarrow{MP}.\overrightarrow{AB}=0$ define a Mediatriz do segmento de reta [AB] 	A equação vetorial $\overrightarrow{MP}.\overrightarrow{AB}=0$ define o plano mediador do segmento de reta [AB] 
A equação vetorial $\overrightarrow{PA}.\overrightarrow{PB}=0$ define a circunferência de diâmetro [AB]. 	A equação vetorial $\overrightarrow{PA}.\overrightarrow{PB}=0$ define a superfície esférica entre os pontos A e B 
A equação vetorial $\overrightarrow{PT}.\overrightarrow{CT}=0$ define a reta tangente à circunferência de centro C num ponto T (da circunferência). 	A equação vetorial $\overrightarrow{PT}.\overrightarrow{CT}=0$ define o plano tangente à superfície esférica de centro C num ponto T .